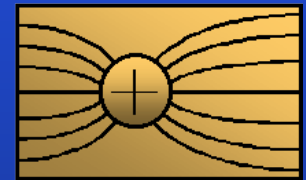




Politechnika Wrocławska



Wydział Mechaniczno-Energetyczny



Podstawy elektrotechniki

Prof. dr hab. inż. Juliusz B. Gajewski, prof. zw. PWr

Wybrzeże S. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

Bud. A4 „Stara kotłownia”, pokój 359

Tel.: 71 320 3201

Fax: 71 328 3218

E-mail: juliusz.b.gajewski@pwr.edu.pl

Internet: www.itcmp.pwr.wroc.pl/elektra

Obwody trójfazowe

Prąd i napięcie trójfazowe

$$e_R = E_m \sin \omega t$$

$$e_S = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

$$e_T = E_m \sin(\omega t - 4\pi/3) = E_m \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

$$e_R + e_S + e_T = 0$$

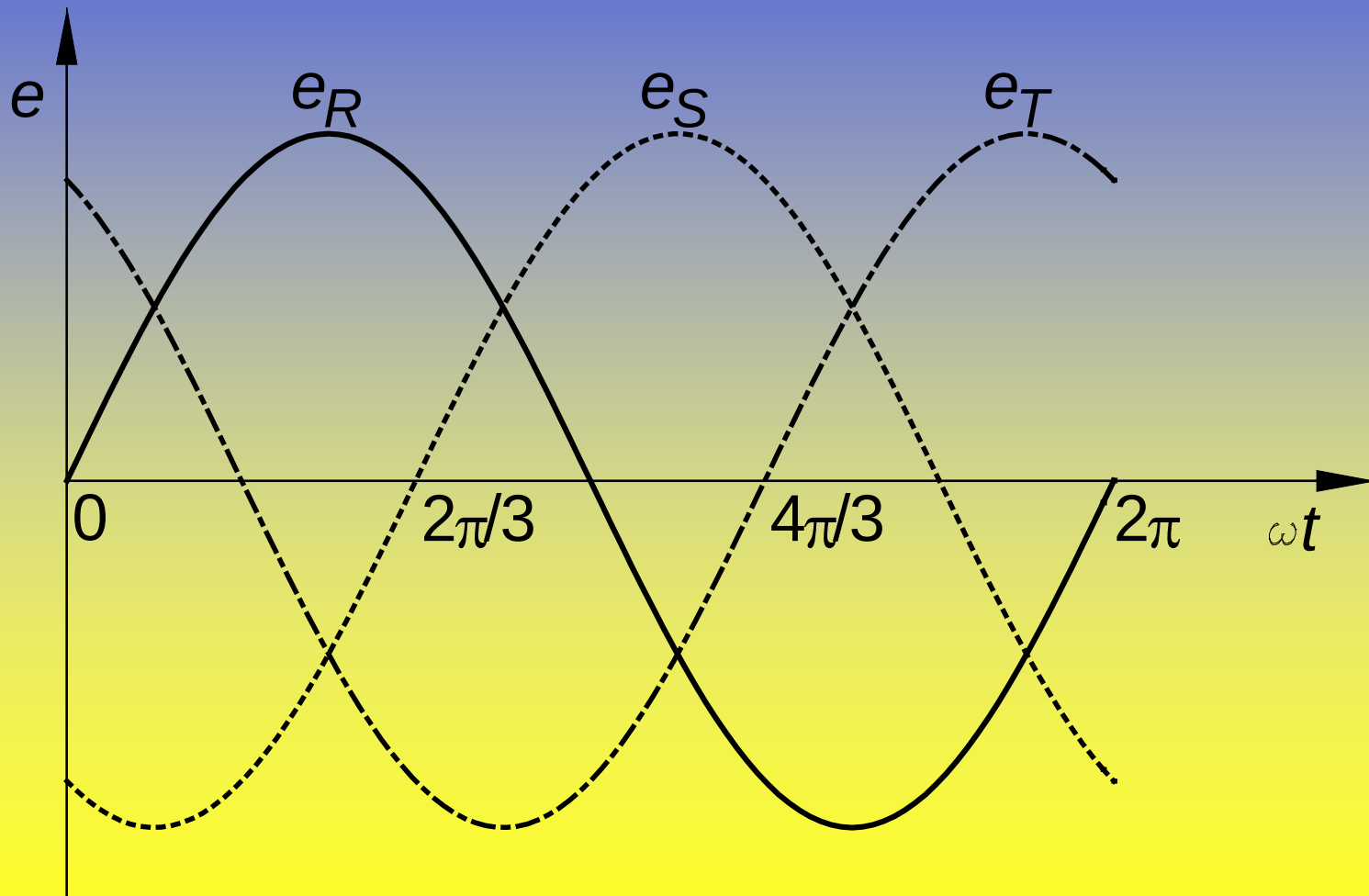
$$E_R = E_S = E_T = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

$$\mathbf{E}_R + \mathbf{E}_S + \mathbf{E}_T = 0$$

Obecnie zamiast **R**, **S**, **T** i **0** używa się oznaczeń: **L1**, **L2**, **L3** i **N**.

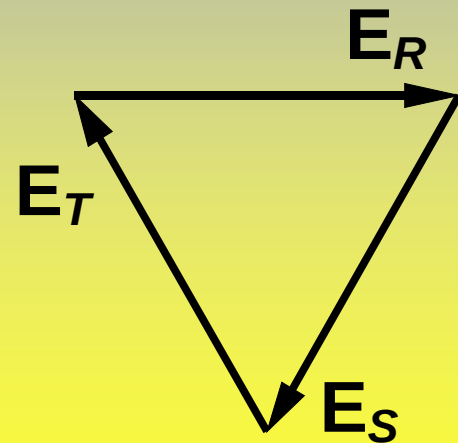
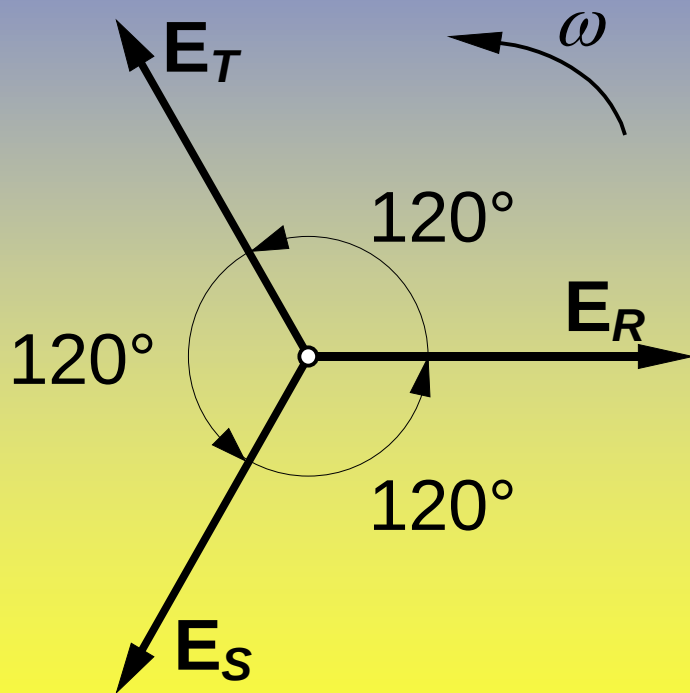
Obwody trójfazowe

Prąd i napięcie trójfazowe



Obwody trójfazowe

Prąd i napięcie trójfazowe



Obwody trójfazowe

Prąd i napięcie trójfazowe

Założenia:

$$Z_R = Z_S = Z_T$$
$$U_R = U_S = U_T \wedge I_R = I_S = I_T$$

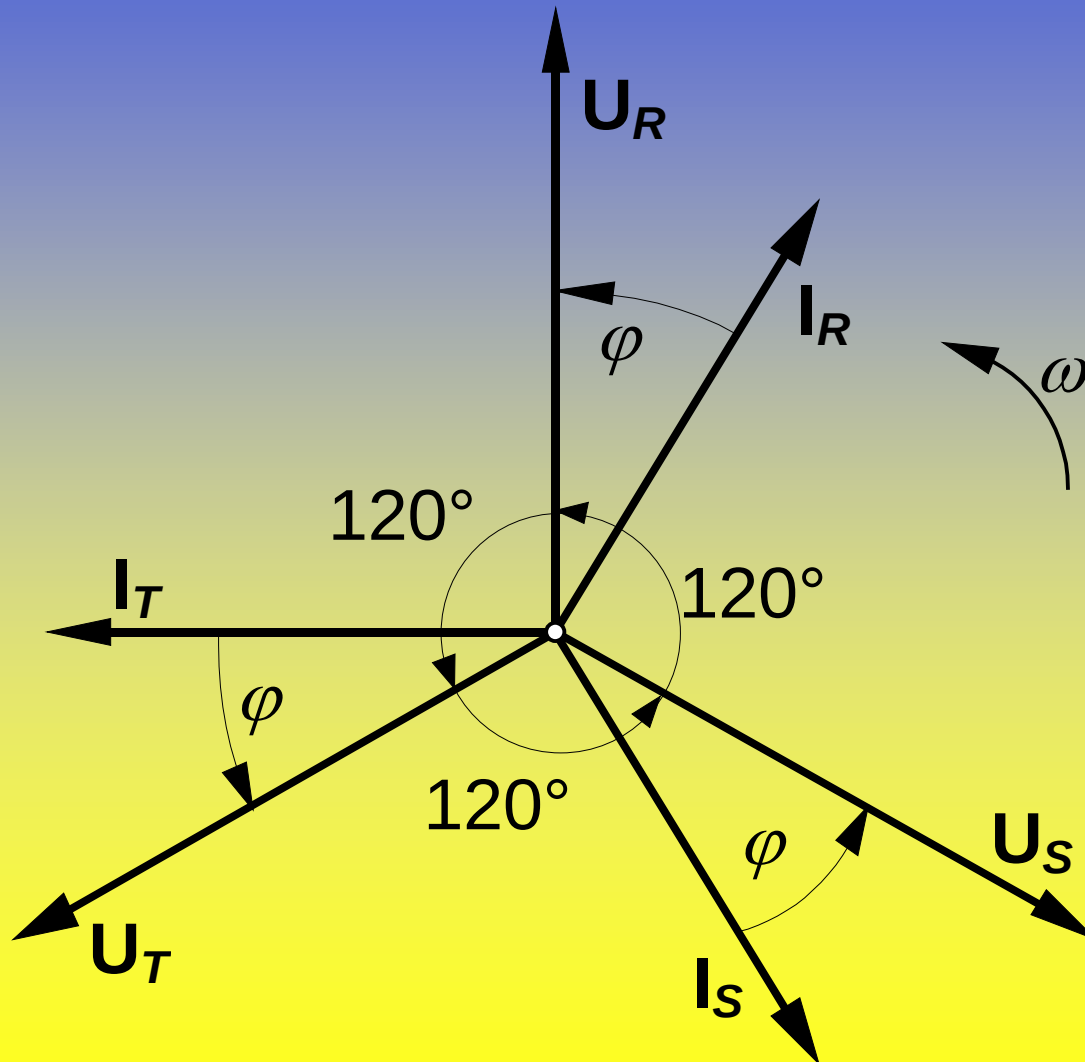
$$i_R = I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

$$i_S = I_m \sin(\omega t - 2\pi/3 - \varphi)$$

$$i_T = I_m \sin(\omega t - 4\pi/3 - \varphi)$$

Obwody trójfazowe

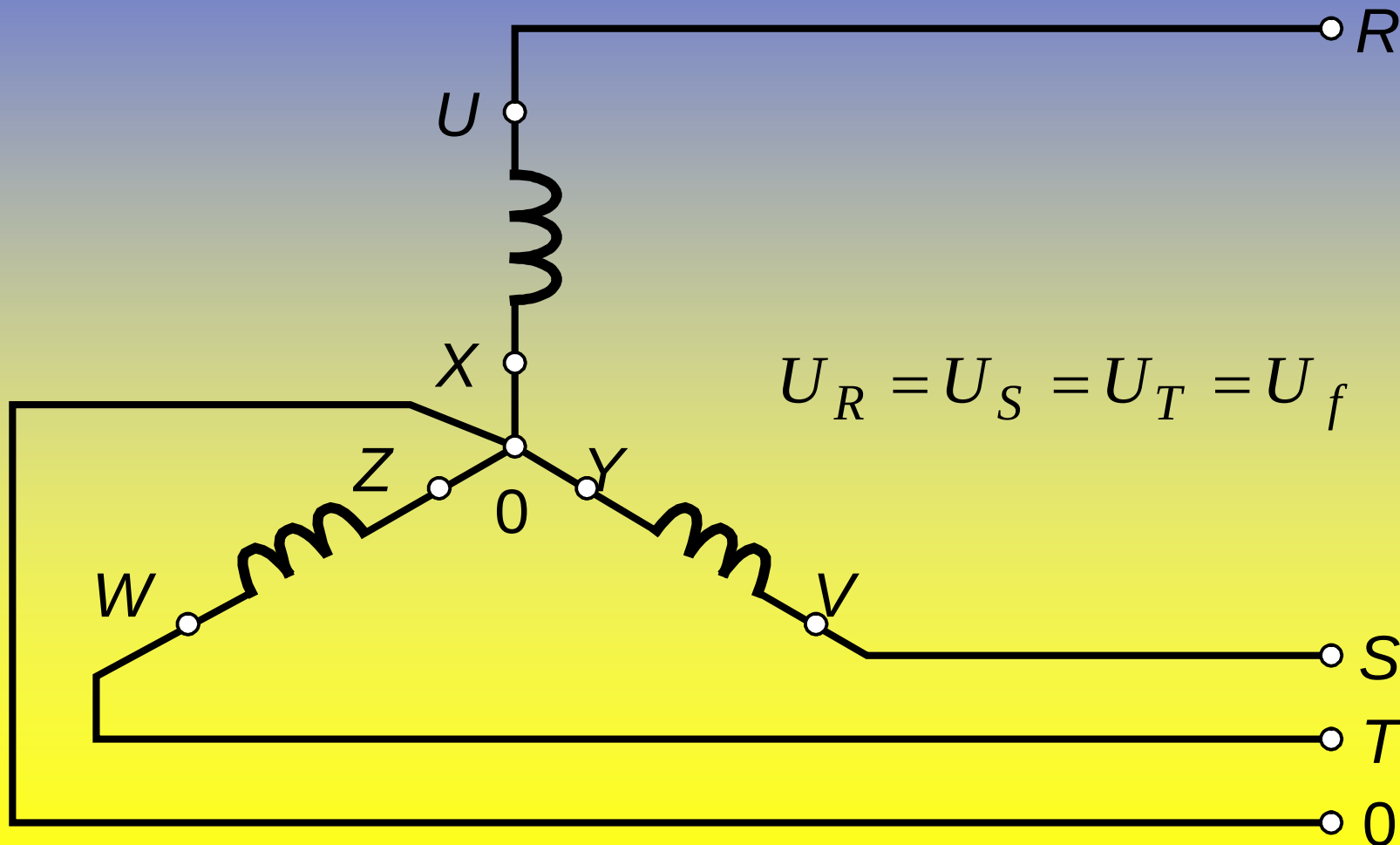
Prąd i napięcie trójfazowe



Obwody trójfazowe

Obwody trójfazowe skojarzone

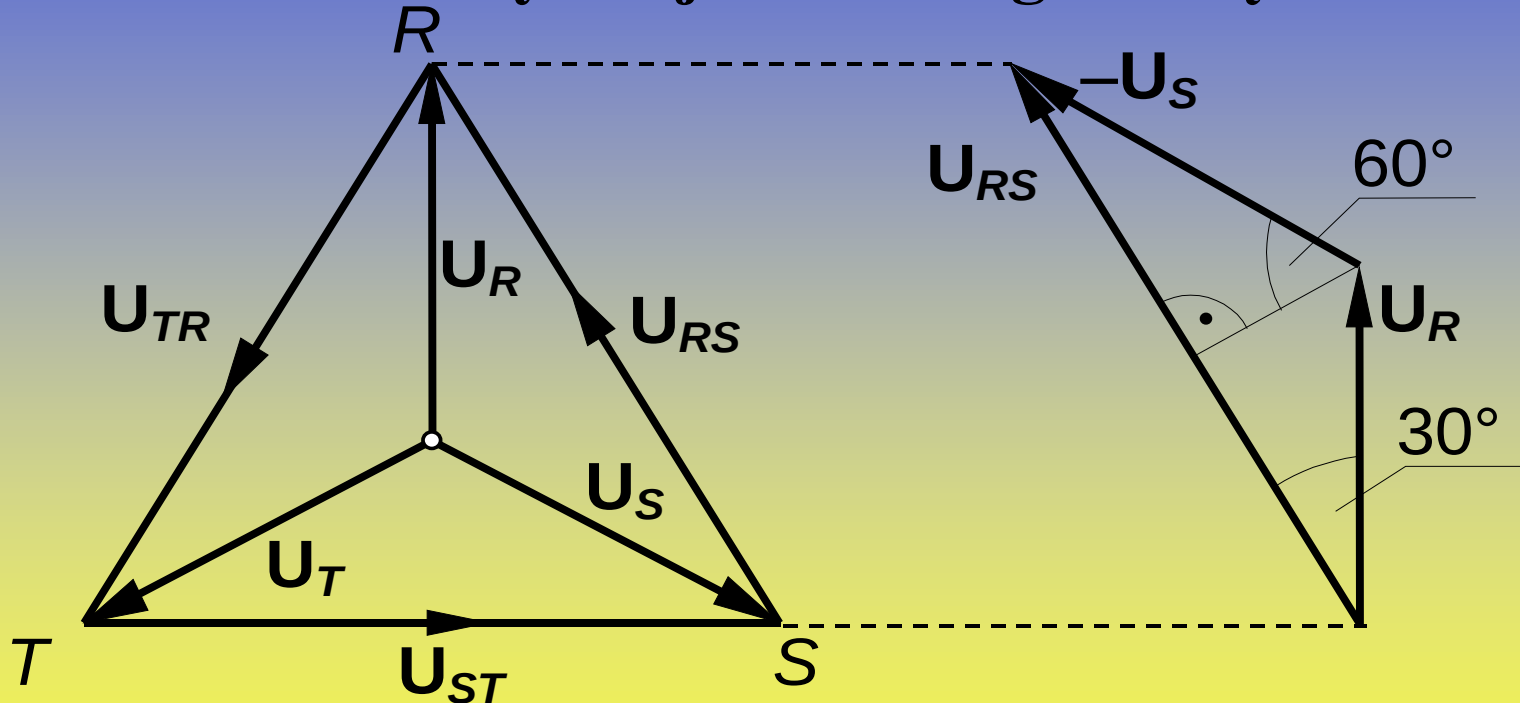
Obwody skojarzone w gwiazdę



Obwody trójfazowe

Obwody trójfazowe skojarzone

Obwody skojarzone w gwiazdę



$$U_{RS} = U_R - U_S$$

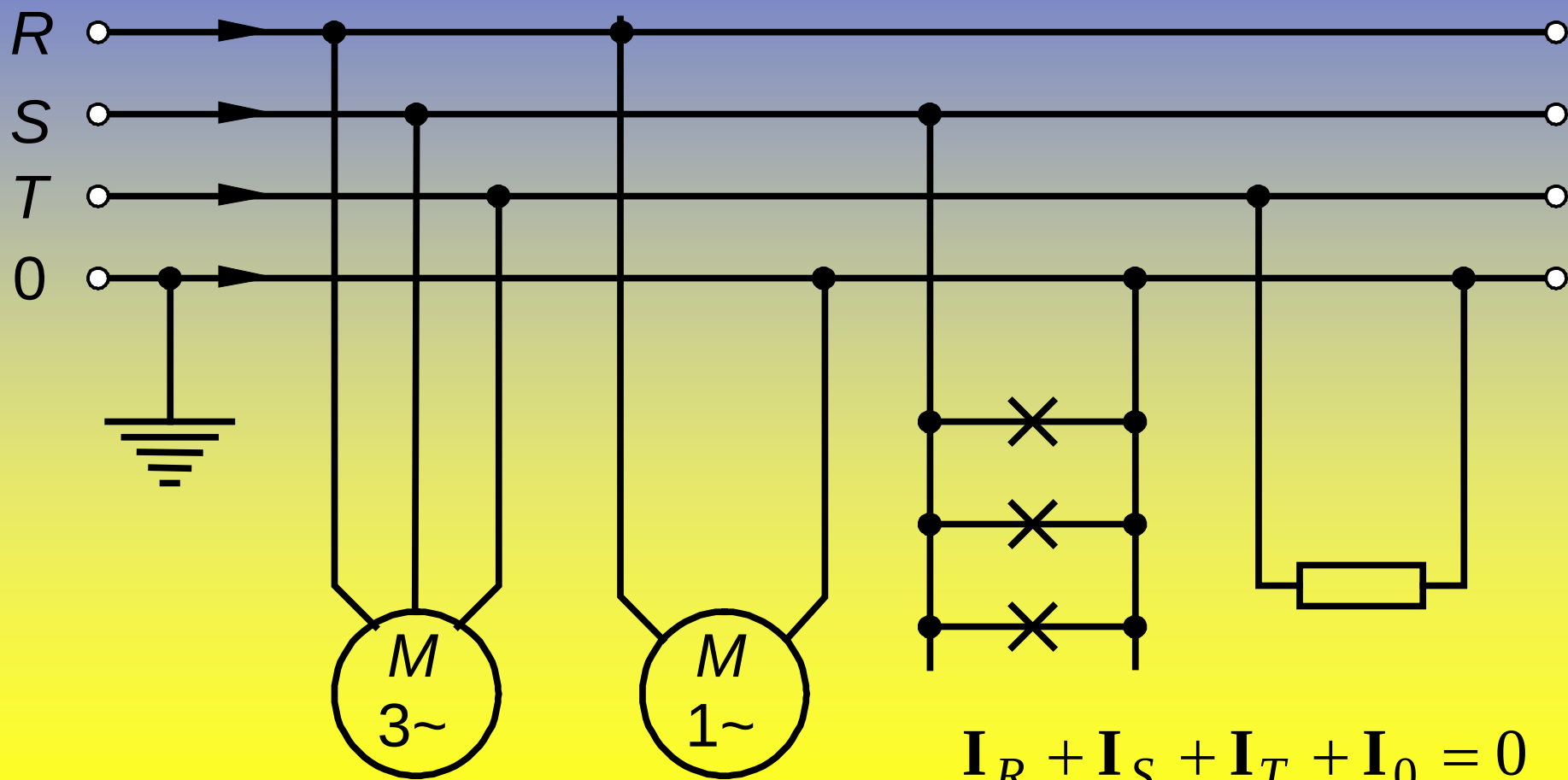
$$U = 2U_f \cos 30^\circ = 2U_f \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}U_f$$

$$U_{TR} = U_T - U_R$$

Obwody trójfazowe

Obwody trójfazowe skojarzone

Obwody skojarzone w gwiazdę



Obwody trójfazowe

Obwody trójfazowe skojarzone

Obwody skojarzone w gwiazdę

Symetria obciążenia

$$\mathbf{I}_R + \mathbf{I}_S + \mathbf{I}_T = 0$$

$$\mathbf{I}_0 = 0$$

Asymetria obciążenia

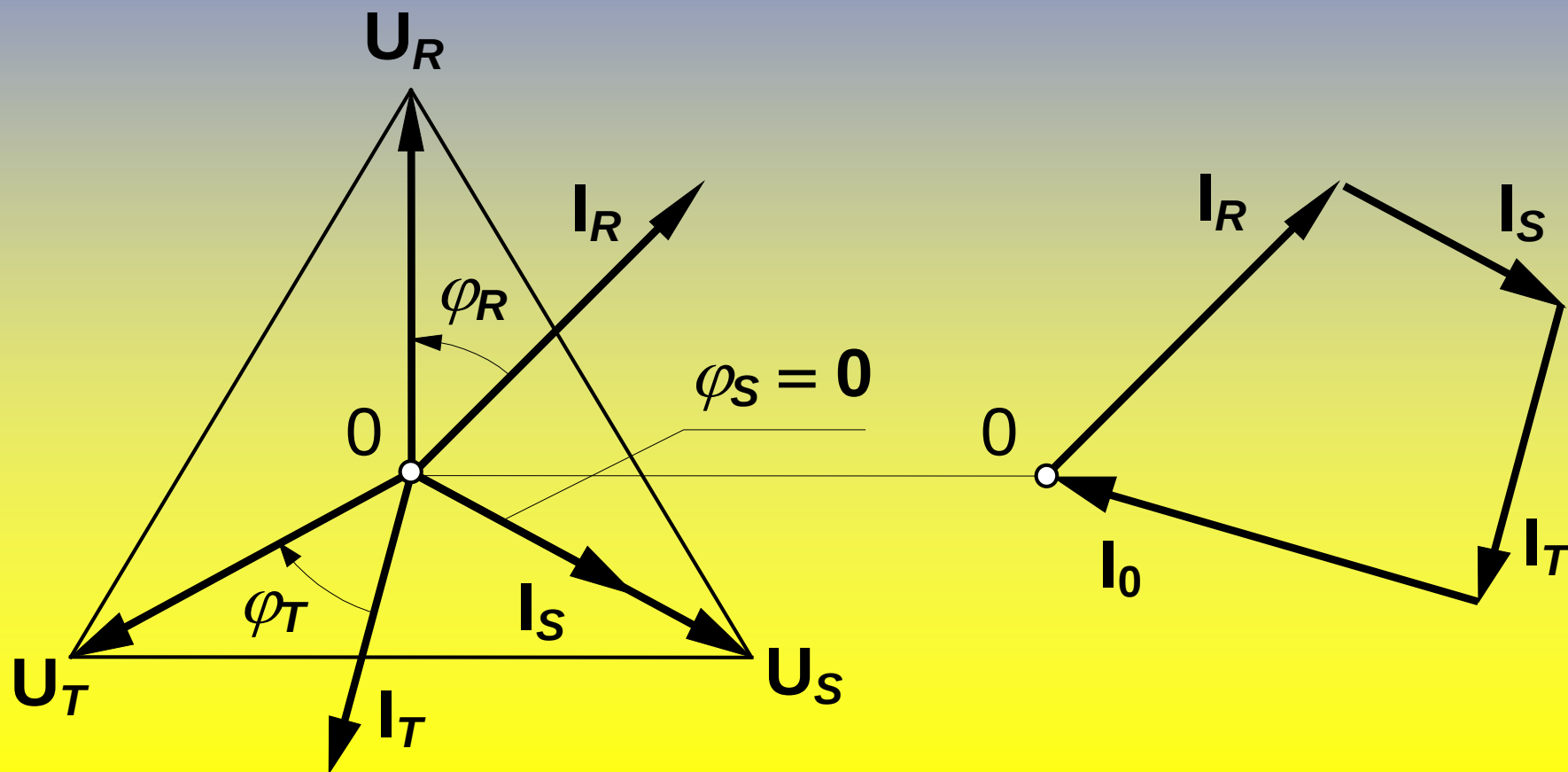
$$\mathbf{I}_0 = -(\mathbf{I}_R + \mathbf{I}_S + \mathbf{I}_T)$$

Obwody trójfazowe

Obwody trójfazowe skojarzone

Obwody skojarzone w gwiazdę

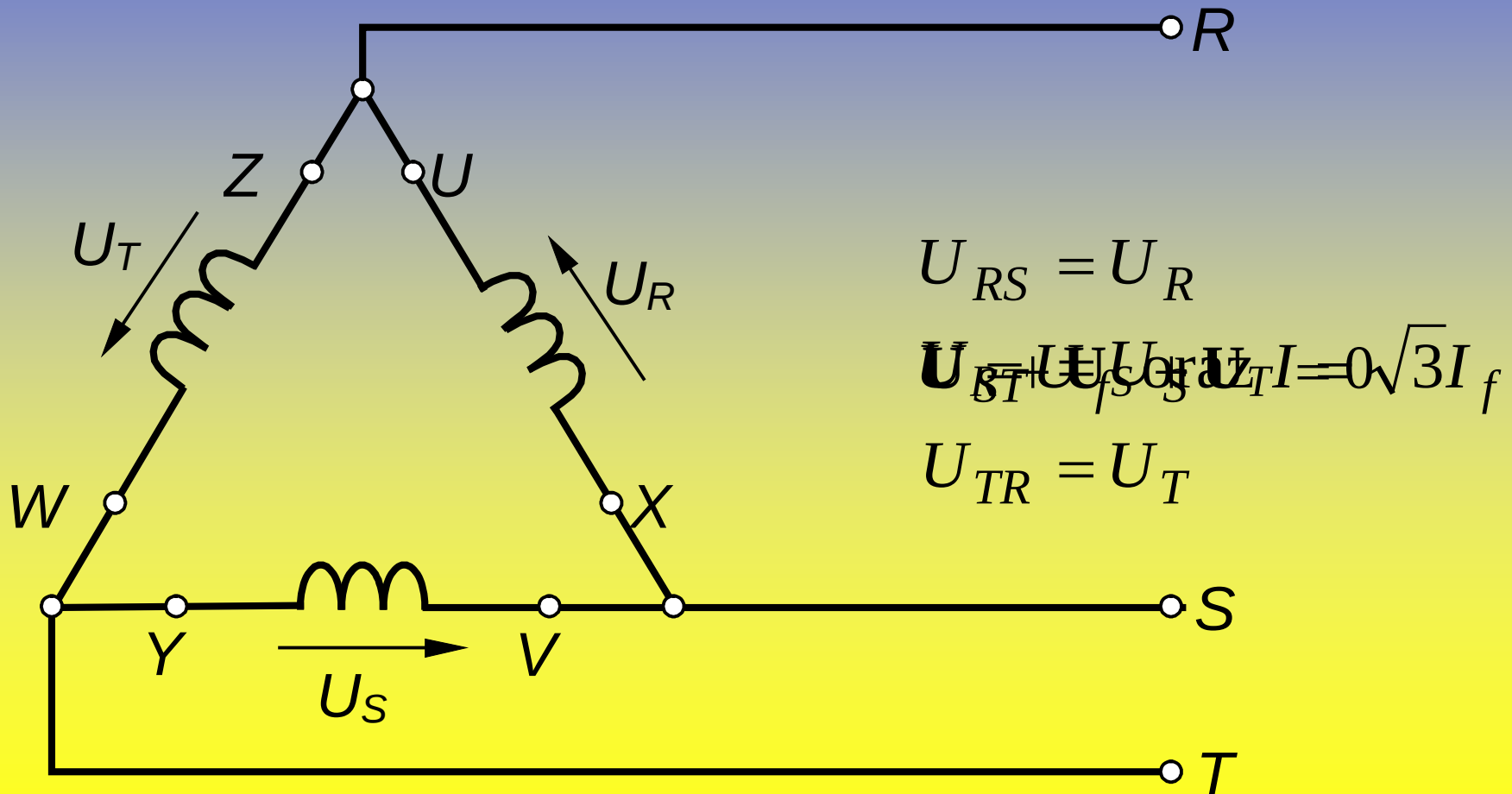
Asymetria obciążenia



Obwody trójfazowe

Obwody trójfazowe skojarzone

Obwody skojarzone w trójkąt

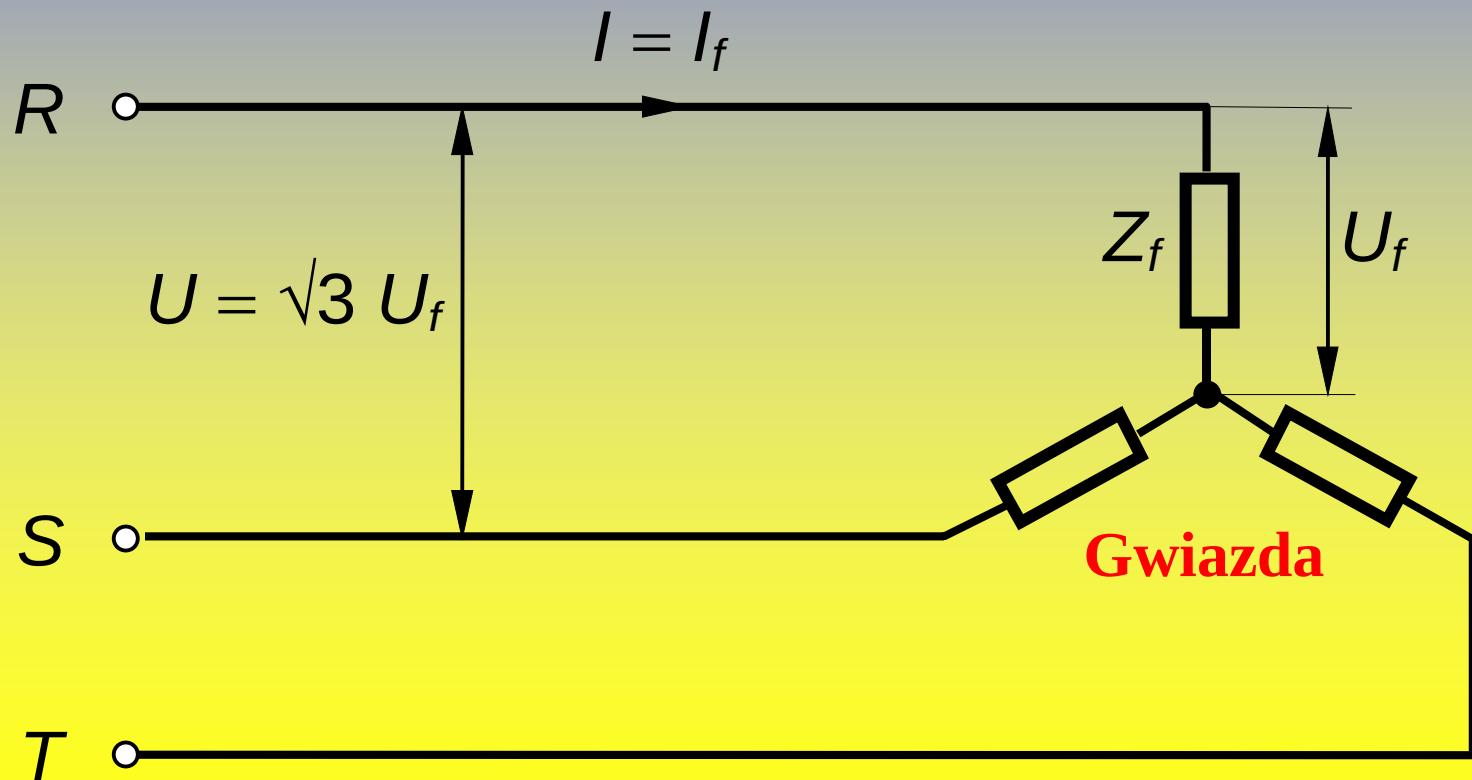


Obwody trójfazowe

Obwody trójfazowe skojarzone

Moc symetrycznego układu trójfazowego

$$P_f = U_f I_f \cos \varphi \Rightarrow P = 3P_f = 3U_f I_f \cos \varphi$$

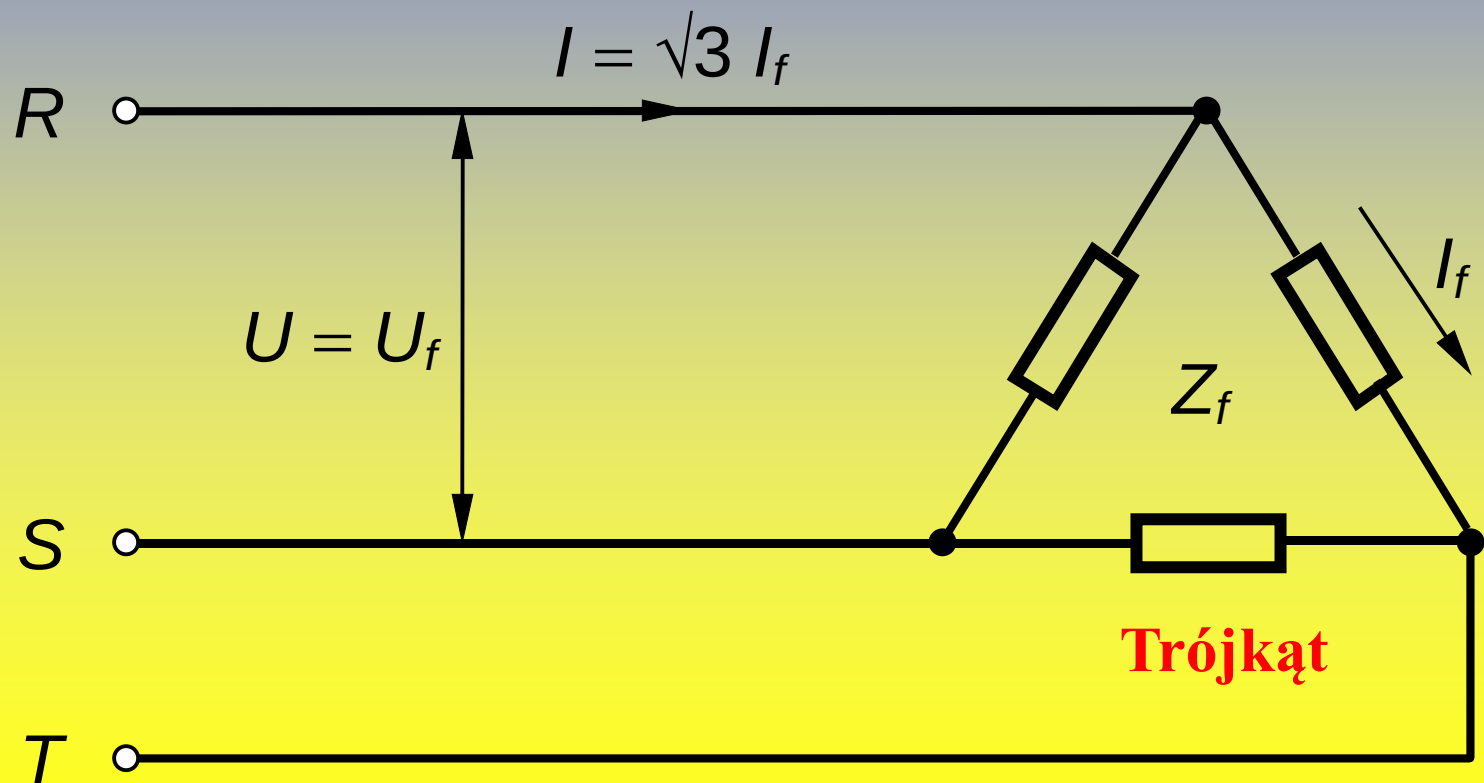


Obwody trójfazowe

Obwody trójfazowe skojarzone

Moc symetrycznego układu trójfazowego

$$P_f = U_f I_f \cos \varphi \Rightarrow P = 3P_f = 3U_f I_f \cos \varphi$$



Obwody trójfazowe

Obwody trójfazowe skojarzone

Moc symetrycznego układu trójfazowego

$$P_f = U_f I_f \cos \varphi \Rightarrow P = 3P_f = 3U_f I_f \cos \varphi$$

gwiazda

$$U_f = \frac{U}{\sqrt{3}}, \quad I_f = I$$

trójkąt

$$U_f = U, \quad I_f = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi \quad [\text{W}]$$

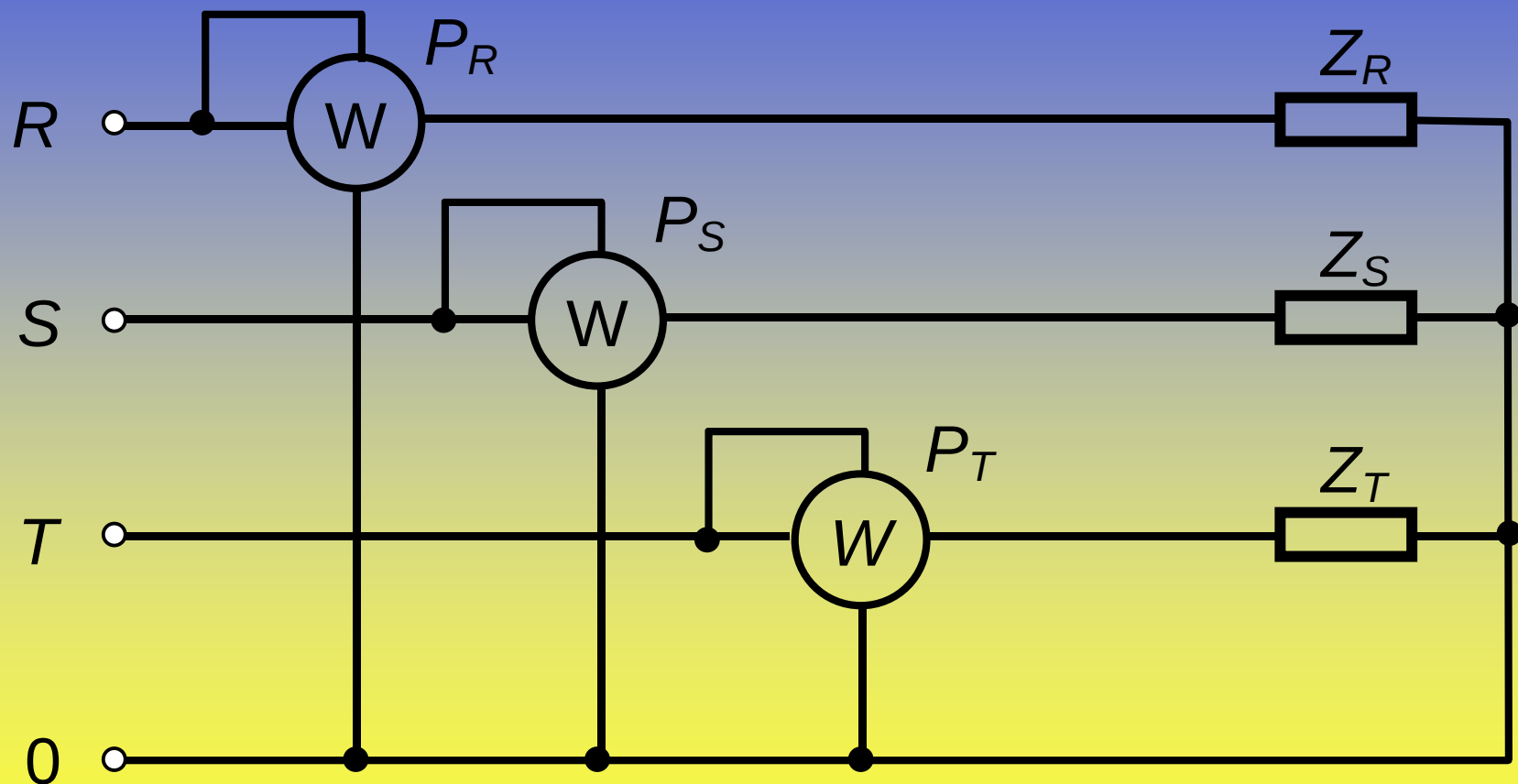
$$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi \quad [\text{var}]$$

$$S = \sqrt{3}UI \quad [\text{VA}]$$



Obwody trójfazowe

Pomiary mocy i energii prądu trójfazowego



$$P = P_R + P_S + P_T$$

Asymetria obciążenia

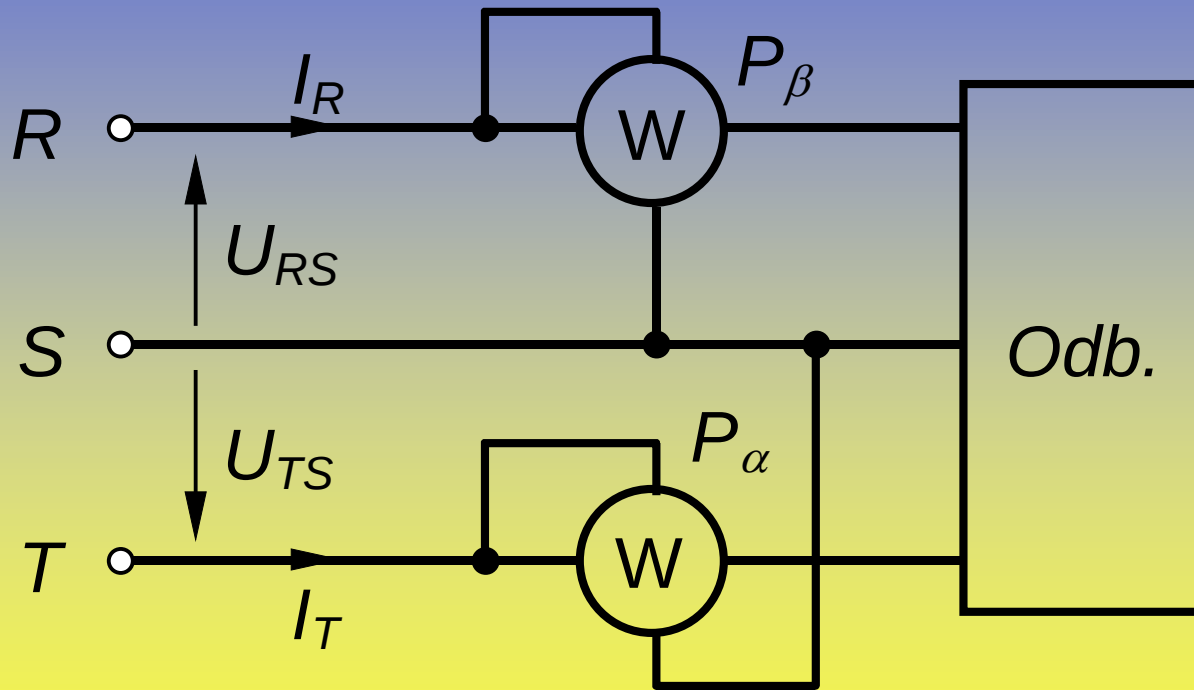
$$P_R = P_S = P_T = P_f \Rightarrow P = 3P_f$$

Symetria obciążenia

Obwody trójfazowe

Pomiary mocy i energii prądu trójfazowego

Układ Arona



Punkt zerowy jest niedostępny (odbiornik nie jest połączony ze źródłem zasilania za pomocą przewodu zerowego) — moc układu trójfazowego można zmierzyć za pomocą tylko dwóch watomierzy, połączonych w tzw. układ Arona.

Obwody trójfazowe

Pomiary mocy i energii prądu trójfazowego

Układ Arona

Ogólnie (asymetria obciążenia)

$$P = P_{\alpha} + P_{\beta} = U_{TS} I_T \cos \alpha + U_{RS} I_R \cos \beta$$

$$\alpha = \angle(\mathbf{I}_T, \mathbf{U}_{TS}) \text{ i } \beta = \angle(\mathbf{I}_R, \mathbf{U}_{RS})$$

Szczególnie (symetria obciążenia)

$$P_{\alpha} = UI \cos(\varphi - 30^{\circ})$$

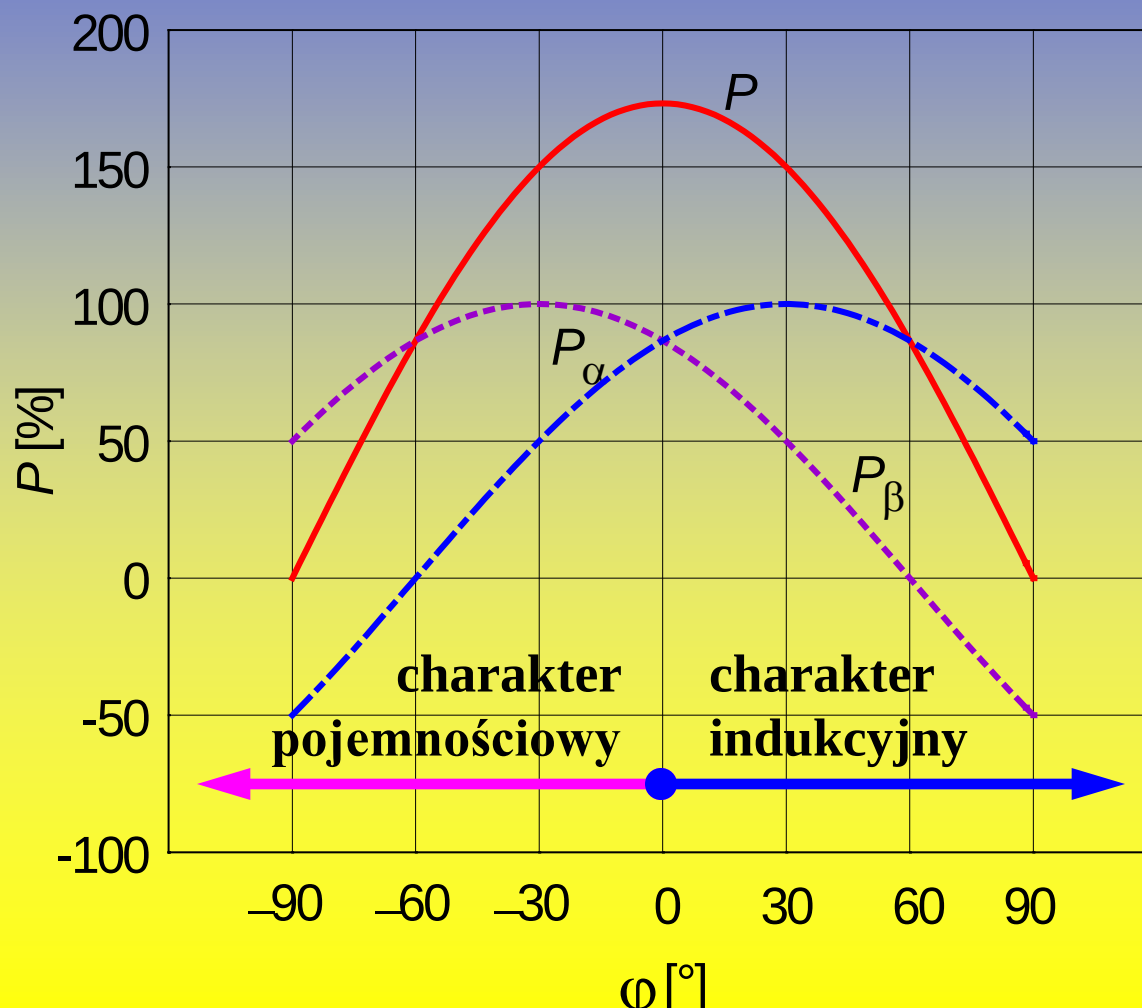
$$P_{\beta} = UI \cos(\varphi + 30^{\circ})$$

$$P = P_{\alpha} + P_{\beta} = UI [\cos(\varphi - 30^{\circ}) + \cos(\varphi + 30^{\circ})] = \sqrt{3} UI \cos \varphi$$

Obwody trójfazowe

Pomiary mocy i energii prądu trójfazowego

Układ Arona



Obwody trójfazowe

Pomiary mocy i energii prądu trójfazowego

Układ Arona

Gdy $\varphi = 0 \wedge \cos\varphi = 1$

$$P_{\alpha} = P_{\beta} = UI \cos 30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} UI$$

$$P = P_{\alpha} + P_{\beta} = \sqrt{3} UI$$

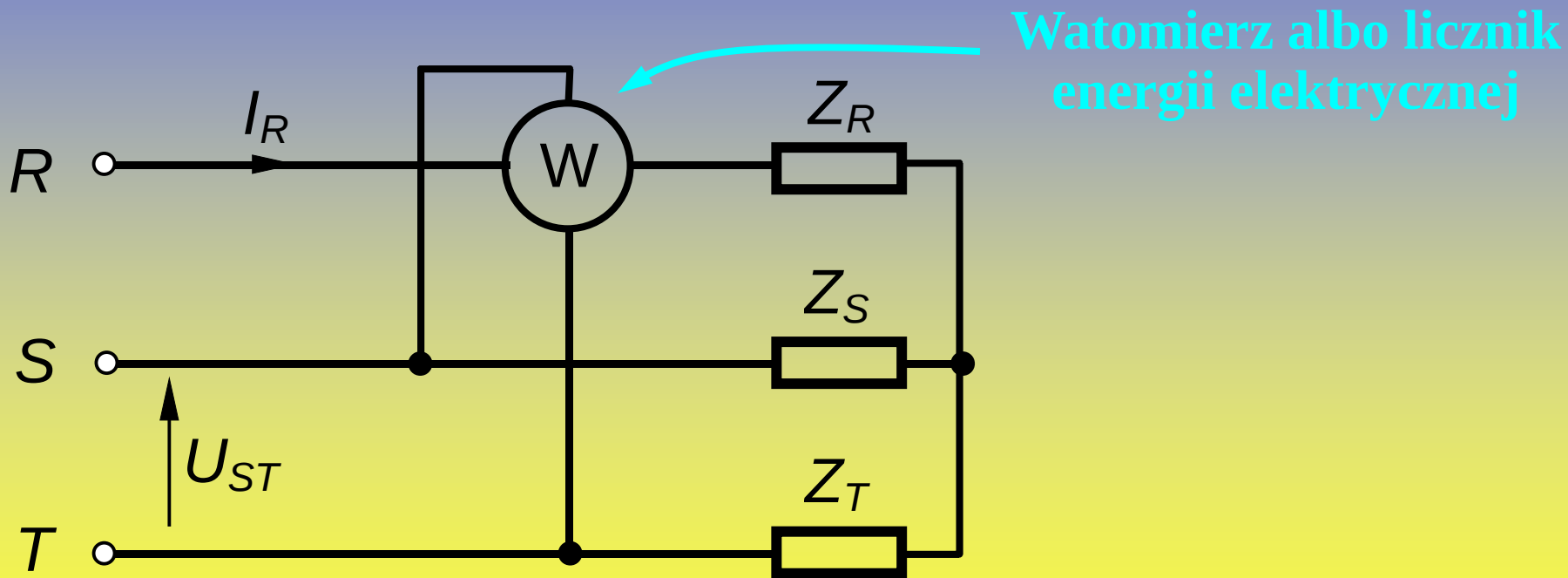
Gdy $\varphi = 60^{\circ} \wedge \cos\varphi = 0,5$

$$P_{\beta} = 0; \quad P = P_{\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} UI$$

Obwody trójfazowe

Pomiary mocy i energii prądu trójfazowego

Pomiar mocy albo energii biernej prądu trójfazowego w układzie symetrycznym

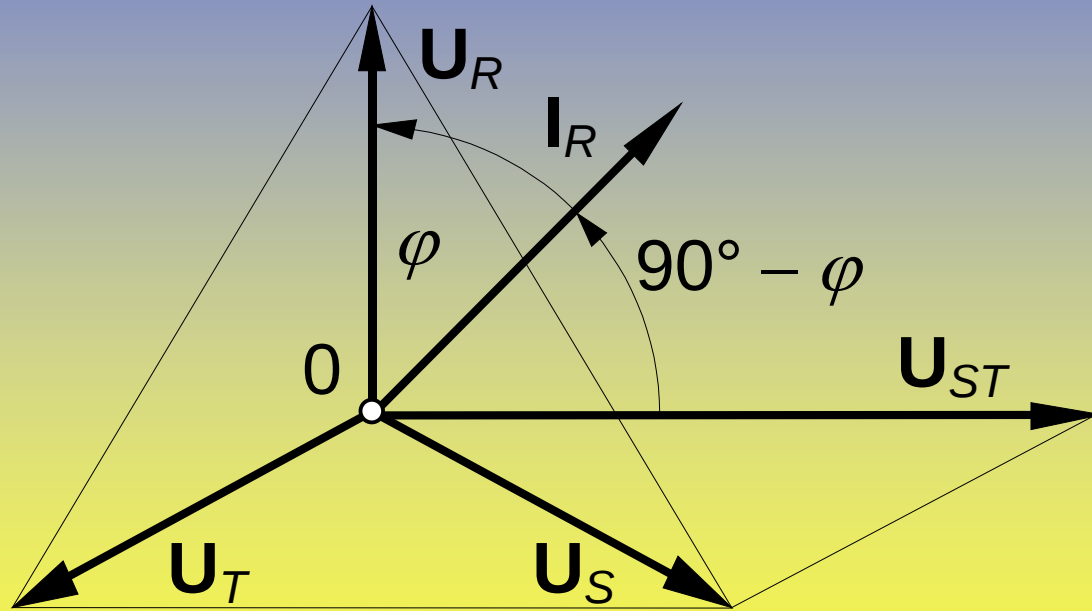


Energię elektryczną mierzy się licznikami energii (miernikami indukcyjnymi). W układach trójfazowych symetrycznych można zmierzyć moc albo energię bierną włączając watomierz albo licznik tak, aby cewka prądowa miernika była włączona np. w fazę R, a cewka napięciowa między fazy S i T.

Obwody trójfazowe

Pomiary mocy i energii prądu trójfazowego

Pomiar mocy albo energii biernej prądu trójfazowego w układzie symetrycznym



$$Q_R = U_R I_R \sin \varphi \quad \leftarrow \text{Moc bierna z definicji}$$

$$P = U_{ST} I_R \cos(90^\circ - \varphi) = U_{ST} I_R \sin \varphi \quad \leftarrow \text{Moc czynna mierzona}$$

Obwody trójfazowe

Pomiary mocy i energii prądu trójfazowego

Pomiar mocy albo energii biernej prądu trójfazowego w układzie symetrycznym

$$U_{ST} = \sqrt{3}U_R$$



$$Q_R = \frac{P}{\sqrt{3}} \wedge Q = 3Q_R = \sqrt{3}P \leftarrow \text{Moc bierna}$$

$$A_b = Qt \leftarrow \text{Energia bierna}$$



